Exercice 1

Déterminer l'écriture algébrique de chacun des nombres complexes ci-dessous :

a. $z_1 = 3\cdot(2-i) + i\cdot(3+2\cdot i)$ b. $z_2 = (5+2\cdot i)\cdot(1-i)$

c. $z_3 = -5\cdot i\cdot(5-4\cdot i) - 3\cdot i$ d. $z_4 = (5+2\cdot i)^2$

e. $z_5 = (2-i)^2 - 2\cdot(1+3\cdot i)^2$ f. $z_6 = (5+2\cdot i)\cdot(5-2\cdot i)$

Exercice 2

Donner l'écriture algébrique des nombres complexes ci-dessous :

a. $z_1 = \dfrac{1+i}{i}$ b. $z_2 = \dfrac{1}{1-i}$ c. $z_3 = \dfrac{-2+i}{2+i}$

Exercice 3

On considère les deux nombres complexes z_1 et z_2 définis par :
$z_1 = 1+i \quad ; \quad z_2 = 5-2\cdot i$

Déterminer l'écriture algébrique des nombres suivants :

a. $z_1 + z_2$ b. $z_1 - z_2$ c. $z_1 - 2\cdot z_2$

d. $z_1 \cdot z_2$ e. $\dfrac{z_1}{z_2}$ f. $\dfrac{z_2}{z_1 - z_2}$

Exercice 4

Soit x un nombre réel. On considère le nombre complexe z défini par l'égalité :
$z = (x+2\cdot i)\cdot(1-x\cdot i)$

1. Déterminer l'écriture algébrique du nombre complexe z.
2. a. Pour quelle*(s)* valeur*(s)* de x, z est un nombre réel ?
   b. Pour quelle*(s)* valeur*(s)* de x, z est un imaginaire pur ?

Exercice 5

1. Simplifier l'écriture de l'expression suivante :
   $A = 1 + i + i^2 + i^3$
2. Déterminer l'écriture algébrique du nombre complexe :
   $B = 1 + i + i^2 + \cdots + i^{99}$

Exercice 6

Dans $\mathbb{C}$, résoudre les équations du premier degré suivante :

a. $3\cdot z + i\cdot z = 0$ b. $z + 2\cdot i\cdot z = i$

c. $z + 2 - i\cdot(z+1) = 0$ d. $\dfrac{z-5}{z-i} = i$

Exercice 7

Dans $\mathbb{C}$, on considère l'équation : $(\mathcal{E}) : \ z^3 + z^2 - 2 = 0$

1. Montrer que le nombre complexe z_1 défine par $z_1 = -1-i$ est solution de l'équation $\mathcal{E}$.
2. Justifier que le nombre complexe z_2 définie par $z_2 = \overline{z_1}$ est également solution de l'équation $(\mathcal{E})$.
3. En remarquant que 1 est également solution de $(\mathcal{E})$, proposer une forme factorisée dans $\mathbb{C}$ du polynôme z^3+z^2-2.

   On développera cette forme pour établir la factorisation.

Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations du second degré suivantes :

a. $z^2 - 3\cdot z + 4 = 0$ b. $z^2 - 4\cdot z + 4 = 0$

c. $3\cdot z^2 + 3\cdot z + 2 = 0$ d. $z^2 - 4\cdot z - 1 = 0$

Exercice 9

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation :
$(E) : \ z^3 + 4\cdot z^2 + 2\cdot z - 28 = 0$

1. Déterminer deux réels a et b tels que l'équation (E) s'écrive :
   $(E) : \ (z-2)(z^2 + a\cdot z + b) = 0$
2. Résoudre l'équation (E).

